

Sekuritizácia a metódy oceňovania CAT dlhopisov **Securitization and CAT bonds pricing methods**

Eudovít Pinda, Lenka Smažáková

Abstrakt: V článku sú všeobecne uvedené finančné toky v sekuritizácii katastrofického rizika špecifickými cennými papiermi ILS (Insurance – Linked Securities). Pomocou nich sú prezentované prístupy ocenenia CAT (katastrofických) dlhopisov s obmedzujúcimi predpokladmi. V prípade existencie časového radu je uvedený neparametrický prístup konštrukcie hustoty rozdelenia katastrofických strát s ocenením CAT dlhopisu a s aplikáciou v poistení poľnohospodárskej úrody.

Abstract: This article describes the cashflows in the securitization of catastrophic risk by specific ILS (Insurance – Linked Securities). These are the approaches to the valuation of CAT bonds with the restrictive assumptions. In the case of existencetimeseries there is a non-parametric approach to the catastrophe loss distribution structure with the CAT bond valuation and agricultural crop insurance application.

Kľúčové slová: sekuritizácia, CAT dlhopisy, rozdelenie strát

Keywords: securitization, CAT bonds, loss distribution

JEL classification: G22

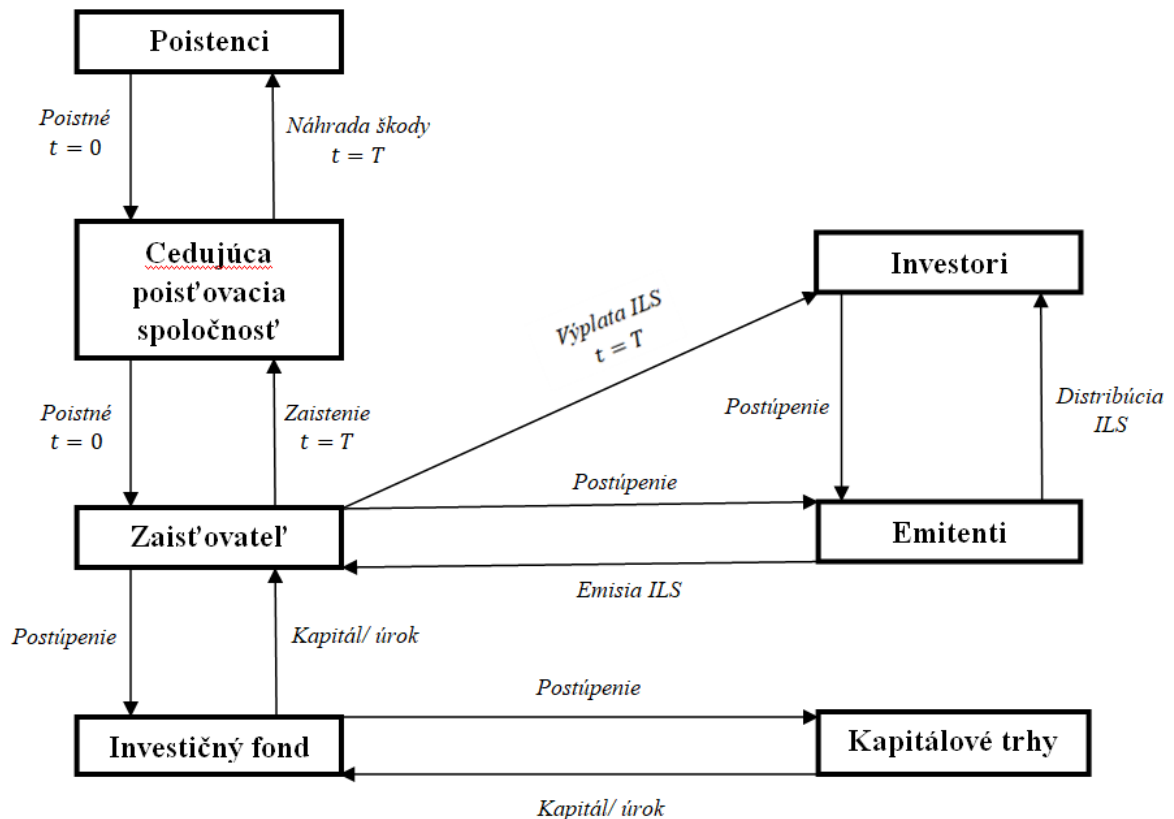
1. Úvod

Poistenc má prirodzene záujem o čo najvyššie krytie straty vzhľadom na zaplatené poistné. Poistenie, ako proces zdieľania rizika, je spravodlivé vtedy, keď poistné každého poistenca zodpovedá riziku, ktorému je vystavený a dostáva vyplatené škodové plnenie zodpovedajúce strate, ktorá súvisí výlučne s poisteným rizikom. Aby sa tieto pravidlá dodržiavali, zdieľané riziko je štandardne prenášané na poisťovateľa, ktorý plní úlohu správcu spoločného fondu. Keď kompenzácia strát presiahne vyzbierané poistné, spoločný fond je v strate. V prípade, že riziko prenesené na poisťovateľa presiahne poistnú kapacitu, ktorá pozostáva najmä zo zaplateného poistného a výnosov finančných aktív poisťovateľa, vzniká opodstatnená obava z poisťovateľovej insolventnosti, t. j. neschopnosti reflektovať legitímne nároky poistencov na náhradu strát. Tento scenár môže mať pre poisťovateľa vážne následky, začínajúc poškodenou reputáciou a končiac jeho bankrotom. V článku navrhujeme spôsob riešenia tejto nežiaducej situácie.

2. Finančné toky v procese sekuritizácie

Poisťovateľ sa pred takouto hrozbou chráni zaistením, čiže zdieľaním svojho rizika s ďalšími poisťovateľmi a jeho následným prenosom - cesiou na zaistovateľa, t. j. sekundárneho poisťovateľa. Viacnásobné zdieľanie a prenos rizika umožňuje rozloženie rizika poistenca medzi niekoľko subjektov. Ani takáto rozmanitá súčinnosť poisťovateľov a zaistovateľov však nemusí tvoriť dostatočnú kapacitu pre požadované krytie ekonomických

rizík. Obavy z katastrofických udalostí odrádzajú subjekty poistného trhu od podieľania sa na krytí s nimi súvisiacich rizík. Ich nepoistiteľnosť vyústila do vzniku alternatívnych riešení prenosu rizika. Takým je aj jeho sekuritizácia, pri ktorej sa poistné riziko prenáša na subjekty kapitálového trhu prostredníctvom špecifických cenných papierov (ILS – angl. insurance-linked securities).



Obr.1: Finančné toky v procese sekuritizácie

Primárnou motiváciou investora k nákupu ILS je všeobecne nízka korelácia ich výplat s výplatom iných finančných produktov. ILS teda prispieva k diverzifikácii investorovho portfólia. Podľa Krutova (2010) ILS poskytuje takú diverzifikáciu, ktorú nie je možné dosiahnuť inými cennými papiermi. Kríza v roku 2008 ukázala, že aj keď takmer všetky cenné papiere devalvovali, vrátane tých s historicky najnižšou vzájomnou koreláciou, ILS sa stále vyvíjali nezávisle. Sekundárnou motiváciou je nadpriemerná výnosnosť ILS. Ďalším aspektom vystupujúcim v prospech sekuritizácie je podľa Barrieu a Albertiniho (2009) oproti zaisteniu obchodovateľnosť poistného rizika. Investor, ako nositeľ rizika, nie je viazaný na poisťovateľa a môže obchodovať s ILS na sekundárnom trhu.

V ďalšom popíšeme finančné toky v procese sekuritizácie zobrazené na Obr. 1. Najskôr poisťenci zaplatia v čase $t = 0$ poistné vyplývajúce z uzavretia poistnej zmluvy s poisťovňou, ktorá ceduje nesené riziko zaisťovní. Tá má obmedzené zaistné kapacity. Preto emituje vhodný sekuritizačný nástroj ILS, ktorý distribuuje prostredníctvom svojich agentov investorom. Výnos z predaja ILS zaisťovateľ cez investičné fondy zhodnocuje na kapitálových trhoch. Na konci obdobia životnosti poistnej zmluvy poisťencov v čase $t = T$ sa zhodnotený kapitál späťne vracia zaisťovní. V prípade, že poistná udalosť nenastala, poisťovňa nemá žiadne záväzky voči poisťencom a teda ani zaisťovňa voči poisťovní. Zato investori si uplatňujú nárok na výplatu

plynúcú z vlastníka ILS, v ktorej je zahrnutý nadpriemerný výnos. V prípade nastania poistnej udalosti, poisťovňa hradí poistné plnenia poistencom a investorom bude krátená výplata z ILS o to viac, o čo budú vyššie poistné plnenia.

3. Oceňovanie CAT dlhopisov

Dlhodobou najpoužívanejším sekuritizačným nástrojom je katastrofický dlhopis. Na rozdiel od štandardného dlhopisu, je jeho výplata závislá na uskutočnení udalosti, ktorá koreluje s kriticky vysokým škodovým plnením poisťovateľa voči poistencom. Keď v stanovenom čase stanovená katastrofická udalosť nastane, výplaty z katastrofického dlhopisu sa znížia, resp. anulujú. Vtedy hovoríme o spustení dlhopisu. Poisťovateľ ušetrí časť z kapitálu, ktorý bol pôvodne určený na výplatu dlhopisu a môže tieto prostriedky použiť na pokrytie náhrad škôd poistencov. Keď dlhopis nie je spustený, investor profituje z nadštandardne vysokého výnosu.

Ocenenie katastrofického dlhopisu podstatne závisí od druhu škody, jej veľkosti, definície katastrofickej udalosti a od spôsobu určenia jej nastania, kedy začína poisťovací proces. Z pohľadu orientácie na neživotné poistenie, uvažujme dĺžku periódy jeden rok. Najjednoduchší prípad nastáva, keď náhodná premenná strát, a teda aj katastrofické straty, sa riadia log – normálnym rozdelením. Vtedy CAT dlhopis môžeme uvažovať ako 1-ročný dlhopis s vnorenou binárnou CAT opciou (Litzenberger, 1996). Výplata nominálnej hodnoty je naviazaná na poisťovateľovu katastrofickú stratu C_T . Tento cenný papier môže byť rozdelený na dva komponenty:

- dlhá pozícia dlhopisu s nominálnou hodnotou F ,
- krátka pozícia binárnej call opcie na katastrofickú stratu s realizačnou cenou K .

Z predpokladu o log-normálnosti strát, 1-ročný CAT dlhopis môže byť ocenený ako

$$P_{CAT} = e^{-rT} \times (F - \Phi[-z_k] \times PO_T), \quad z_k = \frac{\log(K) - \mu}{\sigma},$$

kde r je bezriziková úroková miera, μ a σ sú stredná hodnota a smerodajná odchýlka $\ln(C_T)$, $\Phi[\cdot]$ označuje kumulatívnu distribučnú funkciu pre štandardizovanú normálnu náhodnú premennú, PO_T reprezentujú výplaty opciu výplaty v čase T splatnosti dlhopisu. Výplaty z CAT call opcie sú:

- ak $C_T < K_1$, tak držiteľ dlhopisu dostane vyplatenú celú nominálnu hodnotu;
- ak $K_1 < C_T < K_2$, tak časť nominálnej hodnoty, ktorú držiteľ dlhopisu nebude mať vyplatenú je $\frac{(C_T - K_1)}{(K_2 - K_1)}$;
- ak $K_2 < C_T$, tak držiteľovi dlhopisu nebude nič vyplatené.

Takýto cenný papier môže byť rozdelený do dvoch komponentov: dlhá pozícia v bezkupónovom dlhopise a spread z CAT call opcií obsahujúci z krátkej pozície call opcie s realizačnou cenou K_1 a dlhej pozície call opcie s realizačnou cenou K_2 . Potom CAT dlhopis môže byť ocenený ako

$$P_{CAT} = e^{-rT} \times \left(1 - \Phi[-z_{K_1}] \times \left[e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \times \frac{\Phi[-z_{K_1} + \sigma]}{\Phi[-z_{K_1}]} - K_1 \right] + \Phi[-z_{K_2}] \times \left[e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}} \times \frac{\Phi[-z_{K_2} + \sigma]}{\Phi[-z_{K_2}]} - K_2 \right] \right). \quad z_{K_i} = \frac{\log(K_i) - \mu}{\sigma}, \quad i = 1, 2. \quad (1)$$

Lee a Yu (2002) ocenili CAT dlhopis za predpokladu, že agregovaná strata $C_{i,t}$, ktorej je i -ty poisťovateľ vystavený je opísaná

$$C_{i,t} = \sum_{j=1}^{N(t)} X_{i,j},$$

kde proces $\{N(t)\}_{t \geq 0}$ je proces počtu škôd za predpokladu, že je to Poissonov proces s intenzitou λ . Výrazy $X_{i,j}$ označujú počty škôd spôsobených j – tou katastrofou i -temu poisťovateľovi. $X_{i,j}$ pre $j = 1, 2, \dots, N(t)$ budeme predpokladať, že sú vzájomne nezávislé, identicky lognormálne rozdelené premenné, ktoré sú tiež nezávislé od procesu počtu škôd a ich logaritmické stredné hodnoty a rozptyly sú μ_i, σ_i^2 . Diskontovaný dlhopis, ktorého výplaty PO_T v dobe splatnosti sú

$$PO_T = \begin{cases} F & \text{ak } C_{i,t} \leq K \\ rp \times F & \text{ak } C_{i,t} > K \end{cases},$$

kde K je úroveň spúšťača určená v podmienkach CAT dlhopisu, $C_{i,t}$ je celková škoda v čase splatnosti, rp je koeficient zníženia výplaty nominálnej hodnoty F CAT dlhopisu.

Za predpokladu, že výška katastrofickej škody je nezávislá a identicky lognormálne rozdelená a presné rozdelenie celkovej straty v dobe splatnosti označované $f(C_{i,T})$ nie je známe. Lee a Yu (2002) aproximovali rozdelenie lognormálnym rozdelením ozn. $g(C_{i,T})$ so špecifickými momentami. Na základe predpokladu lognormálnosti, prvé dva momenty $g(C_{i,T})$ sú zvolené tak, aby boli rovnaké ako pre $f(C_{i,T})$ a môžu byť zapísané

$$\mu_g = E[C_{i,T}] = \lambda T e^{\mu_X + \frac{\sigma_X^2}{2}},$$

$$\sigma_g^2 = Var[C_{i,T}] = \lambda T e^{2\mu_X + 2\sigma_X^2},$$

kde μ_g, σ_g^2 označujú strednú hodnotu a rozptyl aproximujúceho rozdelenia $g(C_{i,T})$. Cena CAT dlhopisu, ktorá aproximuje analytické riešenie je

$$P_{CAT} = P_{CIR}(0, T) \left[\int_0^K \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g C_{i,T}} e^{-\frac{1}{2}(\ln C_{i,T} - \mu_g)^2} dC_{i,T} + rp \times \int_K^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_g C_{i,T}} e^{-\frac{1}{2}(\ln C_{i,T} - \mu_g)^2} dC_{i,T} \right],$$

kde

$$P_{CIR}(0, T) = A_{CIR}(0, T) e^{-B(0, T)r(0)}, \tag{2}$$

$$A_{CIR}(0, T) = \left[\frac{2\gamma e^{(\kappa+\gamma)\frac{T}{2}}}{(\kappa+\gamma)(e^{\gamma T} - 1) + 2\gamma} \right]^{\frac{2\kappa m}{v^2}}, \quad B(0, T)_{CIR} = \left[\frac{2(e^{\gamma T} - 1)}{(\kappa+\gamma)(e^{\gamma T} - 1) + 2\gamma} \right],$$

$$\gamma = \sqrt{\kappa^2 + 2\vartheta^2},$$

kde κ je parameter návratnosti a ϑ je volatilita úrokovej sadzby.

Iná situácia pri ocenení CAT dlhopisov nastáva, keď nemáme k dispozícii rozdelenie strát. Vtedy sú predchádzajúce postupy oceňovania nepoužiteľné. Vtedy treba vychádzať

z konkrétnej situácie, definície katastrofickej udalosti a škodového indexu. Uvažujme situáciu, keď máme k dispozícii dostatočne dlhý časový rad a katastrofickú udalosť vieme definovať ako nežiaduco veľkú percentuálnu odchýlku od dlhodobého priemeru. Veľkosť straty je meraná v percentuálnej odchýlke y od dlhodobého priemerného výnosu \bar{y} ako $L = \frac{\max\{0, \bar{y}-y\}}{\bar{y}}$, hodnota spúšťača D je stanovená v percentách ako relatívna strata od dlhodobého priemeru \bar{y} . Potom výplata dlhopisu v dobe splatnosti T je daná

$$V_T = \begin{cases} A \cdot F & \text{ak } L > D, \\ F & \text{ak } L \leq D, \end{cases} \quad (3)$$

kde $0 \leq A < 1$ je konštanta, ktorá ovplyvní platbu z dlhopisu ak sa splnia stanovené podmienky pre spúšťač D . Všeobecná oceňovacia formula pre CAT dlhopis je

$$V_0 = e^{-\delta T} [F \cdot P(L \leq D) + A \cdot F \cdot P(L > D)]. \quad (4)$$

Teda oceňovacia formula (4) hovorí, že cena CAT dlhopisu je vyjadrená ako súčin ceny klasického dlhopisu s nulovým kupónom a očakávaných platieb z CAT dlhopisu. Vidíme, že cena CAT dlhopisu závisí od intenzity úrokovania δ , nominálnej hodnoty dlhopisu F , hodnoty spúšťača D , konštanty A určujúcej veľkosť časti nominálnej hodnoty dlhopisu, ktorá je vyplatená v prípade katastrofickej udalosti a od rozdelenia pravdepodobnosti indexu L . Pre odhad hustoty rozdelenia pravdepodobnosti výnosnosti použijeme neparametrickú techniku jadrovej funkcie aplikovanú na historické dáta priemernej výnosnosti v jednotlivých rokoch. Jadrový odhad hustoty rozdelenia indexu L je súčet jadrových funkcií v tvare

$$f(x) = \frac{1}{nH} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{H}\right), \quad (5)$$

kde

- x_1, x_2, \dots, x_n - namerané hodnoty náhodnej premennej X ,
- H - vyhladzovací parameter,
- $K(u)$ – jadrová funkcia.

Tento prípad prezentujeme na poistení poľnohospodárskej úrody.

4. Analýza neparametrickej metódy v poistení úrody.

Pestovateľ čelí výkyvom svojej úrody. V prípade slabej úrody kompenzuje nízke príjmy z predaja plodín škodovým plnením z poistenia. Uvažujeme súbor p pestovateľov tej istej plodiny v jednej krajine. Hojnosť úrody i –tého pestovateľa, kde $i \in \{1, 2, \dots, p\}$, v roku t definujeme jeho hektárovým výnosom ${}^i y_t$, teda hmotnosťou úrody vzhľadom na plochu, štandardne udávanom v tonách na hektár ($t/\square a$). Za predpokladu, že plodinu v krajine pestuje výlučne týchto p pestovateľov, národný hektárový výnos v roku t je

$$y_t = \sum_{i=1}^p {}^i w_t {}^i y_t, \quad (6)$$

čiže vážený priemer hektárových výnosov jednotlivých pestovateľov, kde váhy ${}^i w_t$ sú proporcia rozlohy pôdy i -teho pestovateľa vzhľadom na celkovú pôdu v roku t . Priemer národných hektárových výnosov za n rokov predchádzajúcich roku t , teda za roky $t = t -$

$n, t - n + 1, \dots, t - 1$ označujeme $\bar{y}_{n,t}$. V súlade s Vedenovom, Eppersonom a Barnettom (2006) definujeme škodovú udalosť i -teho pestovateľa prostredníctvom relatívnej straty jeho tohtoročného výnosu oproti niekoľkoročnému národnému priemeru

$${}^iL_{n,t} = \frac{\bar{y}_{n,t} - {}^iy_t}{\bar{y}_{n,t}}. \quad (7)$$

Škodová udalosť nastane v prípade, že stratový index ${}^iL_{n,t}$ prekročí prahovú hodnotu D , teda

$${}^iL_{n,t} > D, \quad (8)$$

Zo vzťahov (7) a (8) je zrejmé, že pestovateľ má nárok na škodové plnenie, ak pre jeho výnos platí

$${}^iy_t < (1 - D)\bar{y}_{n,t}. \quad (9)$$

Agregované škodové plnenie je teda funkciou výnosov jednotlivých pestovateľov. Hodnoty iy_t považujeme za rovnako rozdelené pre všetkých pestovateľov. Ich nezávislosť je znemožnená priestorovou previazanosťou pôd jednotlivých pestovateľov. Z tohto dôvodu je poisťovateľ vystavený systémovému riziku, z ktorého vyplýva hrozba situácie, kedy škodová udalosť nastáva súčasne u veľkého množstva poistencov. V takom prípade vysoké agregované škodové plnenie spôsobuje veľkú stratu poisťovateľa a môže vyústiť do jeho neschopnosti splniť legitímne nároky poistených pestovateľov na odškodnenie. Takýto scenár je pre poisťovateľa katastrofou v zmysle veľmi málo pravdepodobnej straty likvidačnej veľkosti.

Katastrofické riziko navrhujeme eliminovať vydaním katastrofického dlhopisu kryjúceho riziko agregovaného škodového plnenia poisťovateľa v súlade s teóriou uvedenou v prvej časti tohto článku. Vzhľadom na sezónnosť úrody uvažujeme splatnosť dlhopisu v období jedného roka, čiže $T = 1$. Uvažujeme totiž použitie tohto dlhopisu v krajinách s rozvinutým poistným trhom. Tie sa zväčša nachádzajú v klimatickom pásme s jedným vegetačným cyklom za rok. Ďalším dôvodom v prospech jednoročného dlhopisu je nízka závislosť úrody od faktorov z predchádzajúceho roka. Pre jednoduchosť uvažujeme bezkupónový dlhopis s výplatom definovanou vzťahom (3).

Keďže riziko, voči ktorému je dlhopis emitovaný, je závislé na aktuálnych výnosoch poistených pestovateľov, pre poisťovateľa je potrebné definovať spúšťač dlhopisu tak, aby koreloval s týmito výnosmi a zároveň ním nevzniklo morálne riziko. Definícia spúšťača je o hľadani kompromisu medzi požiadavkou poisťovateľa na nízke bázické riziko a požiadavkou investora na nízke morálne riziko. Navrhujeme spúšťač vo forme relatívnej straty národného hektárového výnosu zo vzťahu (6) oproti jeho priemeru n -ročnému priemeru $\bar{y}_{n,t}$

$$L_{n,t} = \frac{\bar{y}_{n,t} - y_t}{\bar{y}_{n,t}}, \quad (10)$$

čo je analogický vzťah k relatívnej strate i -teho pestovateľa zo vzťahu (7). Katastrofický dlhopis je spustený, keď

$$L_{n+1} > D, \quad (11)$$

teda v prípade, keď národná relatívna strata prevyšuje prahovú hodnotu D . Analogicky ku vzťahu (9), zo vzťahov (10) a (11) je zrejmé, že dlhopis je spustený, ak pre národný hektárový výnos platí nerovnosť

$$y_t < (1 - D)\bar{y}_{n,t}. \quad (12)$$

Zo vzťahov (2) a (11) vyjadrujeme očakávanú výplatu dlhopisu

$$E[V_T] = F \cdot P(L_{n,T} \leq D) + A \cdot F \cdot P(L_{n,T} > D). \quad (13)$$

Zo vzťahov (6), (9) a (13) vyplýva korelácia medzi agregovaným škodovým plnením X a výplatom katastrofického dlhopisu V_T .

Pre určenie predajnej ceny dlhopisu prostredníctvom vzťahu (3) z historických údajov o národnom hektárovom výnose za roky $t = 1, 2, \dots, n$ je potrebné poznať pravdepodobnosť spustenia dlhopisu $P(L_{n,T} > D)$. Pre výpočet jej približnej hodnoty potrebujeme odhadnúť funkciu hustoty pravdepodobnostného rozdelenia stratového indexu $L_{n,t}$. Kvôli absencii intuitívnej voľby triedy rozdelenia a jeho parametrov navrhujeme v súlade s Vedenovom, Eppersonom a Barnettom (2006) pre hustotu rozdelenia použiť jadrový odhad

$$\hat{f}(L_{n,t}) = \frac{1}{mH} \sum_{i=1}^m K\left(\frac{L_{n,t} - L_{n,i}}{H}\right), \quad (14)$$

kde L_i , $i = 1, 2, \dots, m$, sú národné relatívne straty za v predchádzajúcich m rokoch, K je jadrová funkcia a H je vyhladzovací parameter. Na základe analýzy Zucchiniho (2003) si volíme Epanečnikovovu jadrovú funkciu. Podľa Wanda a Jonesa (1995) a Horovej, Koláčka a Zelinku (2012) počítame optimálnu hodnotu parametra \square metódou krížového overovania pomocou metódy najmenších štvorcov.

Keďže pre relatívnu stratu definovanú vzťahom (10) platí ohraničenie $L_{n,t} \in (-\infty; 1)$, je potrebné hodnoty $\{L_{n,t}\}_{t=1}^m$ transformovať na $\{M_{n,t}\}_{t=1}^m$ funkciu

$$M_{n,t} = \ln(1 - L_{n,t}), \quad (15)$$

ktorá zobrazuje $(-\infty; 1) \rightarrow R$. Následne odhadnúť $g(M_{n,t})$, čiže hustotu rozdelenia transformovaného stratového indexu $M_{n,t}$, a z neho spätnou transformáciou vypočítať odhad hustoty rozdelenia $L_{n,t}$

$$\hat{f}(L_{n,t}) = \hat{g}(M_{n,t}) \cdot M'_{n,t}. \quad (16)$$

Takáto transformácia zabezpečuje, aby $\hat{f}(L_{n,t}) = 0$ pre $\forall L_{n,t} \notin (-\infty; 1)$, čo je v súlade s vlastnosťou $f(L_{n,t})$ ako hustoty rozdelenia relatívnej straty výnosu. Očakávanú výplatu dlhopisu určujeme vzťahom (13), pričom pravdepodobnosť spustenia dlhopisu je odhadnutá prostredníctvom vzťahu (16). Následne vzťahom (3) určíme predajnú cenu dlhopisu.

4.1 Kategorizácia úrody podľa kvality pôdy

V predchádzajúcej časti sme popísali fluktuáciu poľnohospodárskej úrody vzhľadom na čas. Uvažovali sme pri tom konštantnú kvalitu pôdy pri fluktuujúcich ostatných faktoroch

(poveternostné podmienky, škodcovia, atď.). V tejto časti sa zameriame na rôznorodosť kvality pôdy, ktorá vplýva na úrodu pestovateľov. Lepšia pôda je pri rovnakých ostatných faktoroch predpokladom väčšej úrody. Vzhľadom na priestorovú previazanosť pestovateľov sú vplyvy ostatných faktorov na ich úrodu vzájomne korelované. Predpokladáme pritom, že táto korelácia prevyšuje priestorovú koreláciu kvality pôdy. Korelácia úrody dvoch pestovateľov v jednom roku je teda väčšia než korelácia kvality ich pôdy.

Každá parcela, teda aj poľnohospodárska pôda je charakterizovaná parametrami pôdno - ekologických vlastností vyjadrenými tzv. „**bonitovanými pôdno - ekologickými jednotkami**“ (BPEJ). Týmto jednotkám odpovedajú aj normatívne údaje o produkcii poľnohospodárskych plodín, ktoré sa môžu v daných prírodných podmienkach a pri obvyklej agrotechnike pestovať, ako aj normatívne údaje o nákladoch pestovania. Vlastná bonita - hodnota pôdy sa v súčasnej bonitácii vyjadruje celoštátne platnou cenou pôdy a nie bonitnou triedou. Údaje o produkcii a nákladoch sa po určitých obdobiach aktualizujú rovnako ako aj cena pôdy. K oceneniu CAT dlhopisov však použijeme potrebné charakteristiky z BPEJ a nie cenu pôdy. Pre účely bonitácie poľnohospodárskeho pôdneho fondu bolo potrebné okrem pôdnych vlastností vyhodnotiť aj ďalšie stanovištné faktory, predovšetkým klímu a reliéf územia, preto boli v súlade s metodickými zásadami bonitácie a podľa jednotných princípov vypracované sústavy bonitovaných pôdno – ekologických jednotiek.

7 miestny úplný kód BPEJ

| XX | XX | X | X | X | 7-MIESTNY ÚPLNÝ KÓD BPEJ |
|-------|-------|-------|-------|-------|--|
| _____ | _____ | _____ | _____ | _____ | kód klimatického regiónu 00 – 10 |
| | _____ | _____ | _____ | _____ | kód hlavnej pôdnej jednotky 00 – 99 |
| | | _____ | _____ | _____ | kód svahovitosti a expozície 0 – 9 |
| | | | _____ | _____ | kód skeletovitosti a hĺbky pôdy 0 – 9 |
| | | | | _____ | kód zrnitosti pôdy 1 – 5 |
| | | | | _____ | kód hlavnej pôdno–klimatickej jednotky |

Obr.2: Bonitované pôdno-ekologické jednotky BPEJ¹

Tieto jednotky boli vyčlenené na základe podrobného vyhodnotenia vlastností klímy, genetických vlastností pôd, pôdotvorných substrátov, zrnitosti pôdy, obsahu skeletu, hĺbky pôdy, svahovitosti a expozície. Okrem týchto základných znakov boli v príslušných elaborátoch vyhodnotené ďalšie rozhodujúce údaje napr. o nadmorskej výške, reliéfe okolia, vlahových pomeroch, výskyte prekážok a balvanov, o realizovaných hydro melioráciách

¹ Budaj, Š. (2004), str. 196, http://svf.uniza.sk/kgd/skripta/PU_prednasky/bpej.pdf

a pod. Konkrétne vlastnosti bonitovaných pôdo – ekologických jednotiek sú vyjadrené 7 – miestnym úplným kódom. XX – 1. a 2. pozícia obsahuje kódy klimatických regiónov územia s približne rovnakými klimatickými podmienkami. XX – 3. a 4. pozícia – kódy hlavnej pôdnej jednotky (HPJ) – predstavujú jednotlivé názvy pôdných typov, subtypov a variet z „Morfogenetického klasifikačného systému pôd CSFR“ z roku 1991, ktorý je záväzným klasifikačným systémom a názvoslovím v oblasti pôdoznalectva a jeho využívania na území SR. HPJ je účelové zoskupenie pôdných foriem s príbuznými ekologickými vlastnosťami, ako sú napríklad genetický pôdny typ, subtyp, zrnitosť, svahovitosť, ... Sú označené kódmi 00 až 99. Číselník a stručná charakteristika hlavných pôdných jednotiek (HPJ) je uvedený v zdroji Budaj, Š. (2004) na str. 178.

Ak uvažujeme poľnohospodársku pôdu s prideleným 7 – miestnym kódom BPEJ 0016244, tak máme na zreteli pôdu:

- kód klimatického regiónu – 00 - veľmi teplý, veľmi suchý, nížinný, zdroj: Budaj, Š. (2004), str. 177. Tabuľka: Charakteristika klimatických regiónov;
- kód HPJ – 16 - ľahké v celom profile, vysychavé, zdroj: Budaj, Š. (2004), str. 178. Tabuľka Číselník a stručná charakteristika hlavných pôdných jednotiek (HPJ)
- kódy na 5. a 6. pozícii – mierny svah s nie severnou orientáciou, slabo skeletová a stredne hlboká pôda, Budaj, Š. (2004), str. 183-185. Tabuľky: Kód svahovitosti – S, Kód expozície – E, Kód skeletovitosti – K, Kód hĺbky – H;
- kód na 7. pozícii – veľmi ťažká ílovitá pôda, Budaj, Š. (2004), str. 186. Tabuľka: Číselník zrnitosti pôd.

Pre upresnenie ocenenia CAT dlhopisu pre poistenie úrody určenej plodiny na pôde zodpovedajúcej pôdnemu typu BPEJ použijeme koeficienty prepočtu hektárových úrod podľa kombinácie kódu svahovitosti a expozície, kódu kamenitosti a hĺbky pôdy a kódu zrnitosti, teda kódy na 5. 6. a 7. mieste 7 – miestnej BPEJ. Koeficienty prepočtu hektárových úrod podľa kombinácie kódov svahovitosti – expozície, kamenitosti – hĺbky a zrnitosti sú uvedené v zdroji Budaj, Š. (2004) na str. 191 - 192. Pre vybranú plodinu označme

k - koeficient prepočtu hektárovej úrody,

k_1 - koeficient prepočtu hektárovej úrody podľa kombinácie 7 – miestnych kódov svahovitosti – expozície, kamenitosti – hĺbky pôdy,

k_2 - koeficient prepočtu hektárovej úrody podľa zrnitosti pôdy.

Pre nami uvažovanú poľnohospodársku pôdu BPEJ 0016244 a pestovanú plodinu pšenicu podľa vyššie uvedených tabuliek je koeficient k_1 prepočtu hektárových úrod pre kombinácie kódov svahovitosti – expozície, kamenitosti – hĺbky rovný 0,81 a koeficient k_2 pre zrnitosť 0,98. Teda dlhodobý priemerný hektárový výnos \bar{y} na uvažovanej kvalite poľnohospodársky využívanej pôdy je redukovaný koeficientom

$$k = k_1 \cdot k_2 = 0,81 \cdot 0,98 = 0,7938.$$

Z matematického pohľadu ukážme, čo sa bude diať so súčasnou cenou CAT dlhopisu V_0 pri redukovanom dlhodobom hektárovom výnose v závislosti od bonity pôdy.

Uvažujme takých dvoch pestovateľov, ozn. i a j , pričom i má kvalitnejšiu pôdu. Pre ich očakávané hektárové výnosy v roku t platí nerovnosť

$$E[{}^i y_t] > E[{}^j y_t]. \quad (17)$$

Škodová udalosť definovaná vzťahom (9) je pre pestovateľa i menej pravdepodobná. Pri rovnakom zaplatenom poistnom má teda menšie očakávané škodové plnenie, čím dochádza k porušeniu predpokladu o výške poistného úmernej riziku, ktorému sú jednotliví poistenci vystavení. Tento jav môže vyústiť do zníženia záujmu o poistenie zo strany pestovateľov s kvalitnejšou pôdou. To môže mať na poistovateľa dva základné dôsledky. Prvým je zvýšenie medziročných výkyvov agregovaného škodového plnenia z dôvodu menšieho počtu poistencov. Druhým dôsledkom je zvýšenie straty z prenosu rizika, definovanej vzťahom (4). Tú môže poistovateľ eliminovať zvýšením poistného, čo však môže vyústiť do opätovného zníženia záujmu o poistenie.

Túto nedokonalosť navrhujeme riešiť klasifikáciou pestovateľov podľa kvality ich pôdy. Poistovateľovi tým umožníme ponúkať pestovateľom poistné krytie za takú výšku poistného, ktorá lepšie reflektuje ich expozíciu riziku. Uvažujeme q tried pôdy, pričom pre ich koeficienty $k_i \in (0; 1)$ platí zostupné usporiadanie

$$k_1 > k_2 > \dots > k_q. \quad (18)$$

Pôda každého pestovateľa patrí práve do jednej z tried. Analogicky ku vzťahu (6), označíme ${}_k y_t$ národný hektárový výnos v roku t na pôde triedy $k \in \{k_1, k_2, \dots, k_q\}$. Je váženým priemerom výnosov všetkých pestovateľov na pôde triedy k v roku t . Ďalej, priemer národných hektárových výnosov na pôde triedy k za n rokov predchádzajúcich roku t označujeme ${}_k \bar{y}_{n,t}$. Analogicky ku vzťahom (7) a (8) je škodová udalosť i -teho pestovateľa v roku t definovaná prostredníctvom relatívnej straty jeho tohtoročného výnosu oproti n -ročnému priemeru

$${}_k L_{n,t}^i = \frac{{}^i y_t - {}_k \bar{y}_{n,t}}{{}_k \bar{y}_{n,t}}. \quad (19)$$

Škodová udalosť u neho nastane, ak ${}_k L_{n,t}^i > D$, kde D je prahová hodnota. Analogicky ku vzťahu (9), pestovateľ má nárok na škodové plnenie, ak

$${}_k L_{n,t}^i < (1 - D) {}_k \bar{y}_{n,t}. \quad (20)$$

Aj tu platí, že agregované škodové plnenie je funkciou výnosov jednotlivých pestovateľov. Taktiež tu platí, že poistovateľ je vystavený systémovému riziku z dôvodu vzájomnej závislosti výnosov pestovateľov. Od predpokladu rovnakého rozdelenia výnosov všetkých pestovateľov sme upustili na základe úvah z úvodu tejto časti. Namiesto toho predpokladáme rovnaké

rozdelenie výnosov pestovateľov v rámci pôdných tried. Z toho dôvodu uvažujeme agregované škodové plnenie poisťovateľa ako súčet agregovaných plnení v triedach

$$X = {}_1X + {}_2X + \dots + {}_qX. \quad (21)$$

Kvôli vzájomnej závislosti výnosov pestovateľov je poisťovateľ vystavený riziku súčasného uskutočnenia škodovej udalosti a tým vysokého škodového plnenia. Tak ako v tretej časti, navrhujeme toto riziko eliminovať prostredníctvom katastrofického dlhopisu. Vzhľadom na zmenu predpokladu o rovnakom rozdelení výnosov poistencov, tentokrát navrhujeme kryť riziko katastroficky veľkého škodového plnenia osobitne pre každú pôdnu triedu. Poisťovateľ teda emituje q jednoročných bezkupónových dlhopisov s výplatou podľa (1), ktorých spúšťáče budú definované relatívnou stratou národného hektárového výnosu na pôdnej triede oproti jeho n -ročnému priemeru. Stratový index dlhopisu kryjúceho riziko vysokého agregovaného škodového plnenia na pôdnej triede k je teda definovaný vzťahom

$${}_kL_{n,t} = \frac{{}_k\bar{y}_{n,t} - {}_k y_t}{{}_k\bar{y}_{n,t}} \quad (22)$$

a je spustený, keď

$${}_kL_{n,t} > D, \quad (23)$$

čo je ekvivalentné

$${}_k y_t < (1 - D) {}_k\bar{y}_{n,t}. \quad (24)$$

Zo vzťahov (2) a (23) dostávame očakávanú výplatu dlhopisu

$$E[{}_kV_T] = F \cdot P({}_kL_{n+1} \leq D) + A \cdot F \cdot P({}_kL_{n+1} > D). \quad (25)$$

Zo vzťahov (20) a (25) vyplýva korelácia medzi agregovaným škodovým plnením ${}_kX$ a výplatou katastrofického dlhopisu ${}_kV_T$ pre pôdnu triedu k . Zo vzťahov (21) a $E[V_T] = \sum_{k=1}^q E[{}_kV_T]$ potom vyplýva korelácia medzi celkovým agregovaným škodovým plnením X a agregovanou výplatou všetkých dlhopisov V_T .

Tak ako v tretej časti pri sekuritizácii jedným dlhopisom, aj pri sekuritizácii q dlhopismi navrhujeme pre stanovenie predajných cien ${}_1V_0, {}_2V_0, \dots, {}_qV_0$ použiť jadrový odhad hustoty rozdelenia stratových indexov ${}_1L_{n,t}, {}_2L_{n,t}, \dots, {}_qL_{n,t}$. Z historických údajov o národnom hektárovom výnose pre jednotlivé pôdne triedy dostaneme takýmto spôsobom odhady pravdepodobnosti spustenia dlhopisov v tomto roku, čiže $P({}_kL_{n,t} > D)$. Tie následne použijeme pre výpočet očakávaných výplát dlhopisov a diskontovaním podľa vzťahu (3) dostaneme predajné ceny².

²Vzhľadom na to, že dlhopisy sú určené rovnakému spektru investorov a sú vydané tým istým poisťovateľom, uvažujeme pre všetky totožnú očakávanú výnosnosť δ .

Záver

V texte článku sme uviedli všeobecný náhľad na riešenie situácie, kedy zaistná kapacita zaistovne je nepostačujúca. Ako vhodný nástroj sa uvažuje trieda špecifických cenných papierov ILS, ktoré prenášajú riziko veľkých rozmerov na kapitálový trh. Konkrétne sú uvedené CAT dlhopisy so svojimi prístupmi oceňovania. Prvý prístup oceňovania (Litzenberger, 1996) uvažuje obmedzujúci predpoklad, že katastrofická strata sa riadi log-normálnym rozdelením, čo v praxi je ťažko dosiahnuteľné. Druhý prístup (Lee a Yu, 2002) zužuje jeho využitie je predpoklad, že počet výskytu škôd sa riadi Poissonovým procesom i napriek tomu, že je odvodená aproximácia ceny CAT dlhopisu. Použiteľný prístup ocenenia CAT dlhopisov pre prax sa zatiaľ javí prípad, kedy nemáme k dispozícii rozdelenie strát, ale máme dostatočne dlhý časový rad a katastrofická udalosť je definovaná ako nežiaduco veľká percentuálna odchýlka od dlhodobého priemeru. V tomto prípade sme ukázali vhodnosť použitia takéhoto typu CAT dlhopisu pri poistení poľnohospodárskej úrody s úskaliami zohľadnenia rôznej kvality pôdy vplývajúcej na veľkosť úrody. Tieto problémy sa dajú riešiť existenciou a sprístupnením dát o veľkostiach plôch a získaných hektárových výnosov na jednotlivých BPEJ pôdy.

Literatúra

- BARRIEU, P. – ALBERTINI, L. 2009. The Handbook of Insurance-Linked Securities. Wiley, 398 s. ISBN: 978-0-470-74383-6
- GARETT, S., 2013. An introduction to the Mathematics of Finance. A deterministic approach. United Kingdom, Elsevier, ISBN 978-0-08-098240-3, 2013.
- HOROVÁ, I. – KOLÁČEK, J. – ZELINA, J. 2012. Kernel Smoothing in Matlab. WorldScientific, Singapore. ISBN 978-981-4405-48-5
- KRUTOV, A.: Investing in Insurance Risk. 2010. Insurance-Linked Securities – A Practitioner's Perspective. Risk Books, 500 s. ISBN 978-1904339564
- LEE, J. – YU, M. 2002. Pricing of Default-Risky CAT Bonds With Moral Hazard and Basis Risk. The Journal of Risk and Insurance, Vol. 69, No. 1. 25-44.
- LITZENBERGER, R. H., BEAGLEHOLE, D. R., REYNOLDS, C. E. 1996. Assessing catastrophe insurance-linked securities as a new asset class. Journal of Portfolio Management. Special Issue, 76-86
- STREĎANSKÁ, A. – BUDAY, Š. 2006. Bonitácia a cena pôdy. SPU Nitra. 2006. ISBN 80-8069-656-X.
- VEDENOV, D. – EPPERSON, J. – BARNETT, B. 2006. Designing Catastrophe Bonds to Securitize Systemic Risks in Agriculture: The Case of Georgia Cotton. In: Journal of Agricultural and Resource Economics, ročník 31, číslo 2, s.318-338.
- WAND, M. P. – JONES, M. C. 1995. Kernel Smoothing. Chapman&Hall / CRC, London, 1995. 224 s. ISBN 9780412552700
- ZUCCHINI, W. 2003. Applied Smoothing Techniques. Part 1: Kernel Density Estimation. 2003.

Adresa autorov:

Ľudovít Pinda, prof., RNDr., CSc
EU v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska cesta 1, 85235 Bratislava
[email: ludovit.pinda@euba.sk](mailto:ludovit.pinda@euba.sk)

Lenka Smažáková, Ing.
EU v Bratislave
Fakulta hospodárskej informatiky
Dolnozemska cesta 1, 85235 Bratislava
[email: lenka.smazakova@gmail.com](mailto:lenka.smazakova@gmail.com)

Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia úlohy VEGA č.1/0221/17 Investičné modelovanie v prostredí katastrofického poistného rizika