Matematický aparát modelu HGN na meranie výkonnosti nefinančného ziskového podniku

Mathematical Apparatus of HGN Model for Measuring Performance of Non-financial Profit Enterprise

Michal Grell

Abstract: In the paper we deal with the mathematical apparatus HGN model for measuring performance of enterprise by financial ratio indicators. We present linear optimization model of non-financial profit enterprise and its objective function defines synthetic indicator as the difference between efficiency indicators – and demandingness indicators sum. Based on post-optimization analysis, classical – and tolerance approach, we indentify optimal intervals of synthetic indicator and consequently, we indentify the lower limit of capacity for enterprise performance by using HGN model.

Key words: absolute and ratio financial indicators, linear optimization model of non-financial profit enterprise, sensitivity analysis, classical and tolerance approach

JEL Classification: C53, G33

Úvod

Prezentovaný model, ktorý autori pomenovali HGN[1], je súčasťou prístupov k modelovaniu výkonnosti pomocou klasických finančných pomerových ukazovateľov. Kľúčovou charakteristikou a finálnym určujúcim ukazovateľom modelu HGN je *syntetický ukazovateľ* (SU), definovaný ako rozdiel súčtov ukazovateľov účinnosti a náročnosti

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{\text{výstup}_i}{\text{vstup}_i} - \sum_{j=1}^{m} \frac{\text{vstup}_j}{\text{výstup}_j} \tag{1}$$

Pre ukazovatele účinnosti je charakteristické dosahovať čo najvyššie hodnoty a pre ukazovatele náročnosti čo najnižšie. Syntetický ukazovateľ (1), ktorý maximalizuje ich rozdiel zohľadňuje obidve tieto požiadavky a budeme ho ďalej používať v nasledovnom tvare:

$$SU = \sum_{i=1}^{3} c_i^x x_i - \sum_{i=1}^{3} c_i^y y_i \,, \tag{2}$$

kde x_i sú ukazovatele účinnosti,

y_i - ukazovatele náročnosti,

c_i^x, c_i^y – korekčné koeficienty, ktoré zreálňujú vplyv ukazovateľov účinnosti a náročnosti na hodnotu SU.

[1] Akronym je vytvorený zo začiatočných písmen autorov modelu: Hyránek – Grell – Nagy.

Zaoberáme sa prípadom, keď počet vybraných ukazovateľov účinnosti a náročnosti je rovnaký a spôsobom určenia optimálneho intervalu pre syntetický ukazovateľ a následne identifikujeme dolnú hranicu únosnosti výkonnosti podniku pomocou tohto modelu.

1. Faktory, ktoré ovplyvňujú modelové výpočty

Spôsob výpočtu syntetického ukazovateľa umožňuje rozlíšiť tri základné okruhy problémov, ktoré determinujú určenie dolnej hranice výkonnosti podniku, a to: výber pomerových ukazovateľov účinnosti a náročnosti, označenie odľahlých dát pomerových ukazovateľov a voľba matematického aparátu modelu.

Meranie výkonnosti pomocou finančných pomerových ukazovateľov možno vyjadriť ako pomer vstupov a výstupov nasledovne:

- *výstup/vstup* – ukazovatele produktívnosti, účinnosti, ale aj niektoré ukazovatele rentability,
- *vstup/výstup* – ukazovatele náročnosti, viazanosti, nákladovosti,
- *vstup/vstup* – ukazovatele vybavenosti,
- *výstup/výstup* – ukazovatele rentability.

Vo všetkých súboroch dát, a teda aj v skúmanej databáze ziskových podnikov, sa v podstate nachádzajú dáta, ktoré sa natoľko líšia od ostatných, že naznačujú existenciu nejakého zvláštneho zdroja chýb, o ktorom sme v teoretických predpokladoch neuvažovali, a ktorého zahrnutie do úvah môže spôsobiť iba skomplikovanie a nesprávne nasmerovanie analýzy. Tieto dáta nazývame odľahlé dáta (outliers) a definujeme ich ako dáta, ktoré sa zdajú byť nekonzistentné s ostatnými dátami v množine dát.

Na základe štatistických charakteristík pomocou piatich čísiel (Terek, 2013) máme v definovaní odľahlých dát tieto možnosti:

a) odľahlé dáta nezohľadňujeme/ignorujeme,
b) odľahlé dáta vylúčime (a teda aj extrémne hodnoty),
c) vylúčime len extrémne hodnoty.

V ďalších analýzach kombinujeme možnosti b) a c).

V príspevku podrobnejšie opisujeme matematický aparát modelu. V tejto etape prác sme aplikovali aparát lineárneho programovania[2]. Na stanovenie optimálnych intervalov syntetického ukazovateľa využijeme postoptimalizačnú analýzu v úlohách lineárneho programovania klasickým aj tolerančným prístupom.

2. Matematický aparát modelu

Formulujeme lineárny optimalizačný model ziskového podniku nasledovne (Brezina, Ivaničová, Pekár, 2007)[3]:

[2] V súčasnosti autori modelu rozpracovávajú rozličné typy maticových výpočtov (na základe vhodného usporiadania ukazovateľov vstupov a výstupov), použitie regresnej analýzy, ale aj analýzu obalu dát, za účelom precizovania relevantných hodnôt syntetického ukazovateľa vo vzťahu k výkonnosti podniku.

[3] Ukazovatele y_1, y_2, y_3 v modeli označujeme x_4, x_5, x_6. V súčasnosti autori rozpracovávajú rozličné typy maticových výpočtov (na základe vhodného usporiadania ukazovateľov vstupov a výstupov), použitie regresnej

$$\max (z) = c_1^x x_1 + c_2^x x_2 + c_3^x x_3 - c_1^y x_4 - c_2^y x_5 - c_3^y x_6 \qquad (3)$$

$$\left.\begin{array}{lll}
x_1 & \geq b_1 & (O1)\\
x_2 & \geq b_2 & (O2)\\
x_3 & \geq b_3 & (O3)\\
x_4 & \leq b_4 & (O4)\\
x_5 & \leq b_5 & (O5)\\
x_6 & \leq b_6 & (O6)\\
x_1 & \leq b_7 & (O7)\\
x_2 & \leq b_8 & (O8)\\
x_3 & \leq b_9 & (O9)\\
x_4 & \geq b_{10} & (O10)\\
x_5 & \geq b_{11} & (O11)\\
x_6 & \geq b_{12} & (O12)\\
x_1 + x_2 + x_3 & \leq b_{13} & (O13)\\
x_1 + x_2 + x_3 & \geq b_{14} & (O14)\\
x_4 + x_5 + x_6 & \leq b_{15} & (O15)\\
x_4 + x_5 + x_6 & \geq b_{16} & (O16)\\
x_1 + a_{17,5} x_5 & \leq b_{17} & (O17)\\
- x_2 + a_{18,3} x_3 & \geq b_{18} & (O18)\\
a_{19,3} x_3 - x_4 & \geq b_{19} & (O19)\\
a_{20,1} x_1 + x_6 & \leq b_{20} & (O20)\\
+ x_2 + a_{21,5} x_5 & = b_{21} & (O21)
\end{array}\right\} \qquad (4)$$

Syntetický ukazovateľ vyjadruje účelová funkcia (3), ktorá nadobúda maximálnu hodnotu za predpokladu daných ohraničení (4). Cieľom je nájsť maximum *syntetického ukazovateľa* a konštruovať podmienky alebo ohraničenia, ktoré musíme pri realizácii tohto cieľa rešpektovať. Tieto podmienky (prostredníctvom c_j, a_{ij}, b_i) vyjadrujú ***vplyv ukazovateľov účinnosti a náročnosti na hodnotu SU***, podstatné ***vzťahy*** a ***správanie sa*** reálneho podniku a určujú množinu prípustných riešení optimalizačného modelu.
Vplyv ukazovateľov účinnosti a náročnosti na hodnotu SU je vyjadrený koeficientmi účelovej funkcie/korekčnými koeficientmi/váhami c_j^x, c_j^y vo vzťahu (3), ktoré zreálňujú vplyv

analýzy, ale aj analýzu obalu dát, za účelom precizovania relevantných hodnôt SU vo vzťahu k výkonnosti podniku.

ukazovateľov účinnosti a náročnosti na hodnotu SU a sú vypočítané z váženého aritmetického priemeru mediánu príslušného finančného ukazovateľa $\left(\Phi\mathrm{Me}_{(x_i,y_i)}\right)$ v modeli za roky 2011 – 2015 podľa vzťahu $\frac{1}{\left(\Phi\mathrm{Me}_{(x_i,y_i)}\cdot 100\right)}$. Vážený aritmetický priemer mediánu sa potom vypočíta nasledovne:

$$\Phi\mathrm{Me}_{(x_i,y_i)} = \sum_{r=2011}^{2015} p_r \cdot \mathrm{Me}_r \tag{5}$$

kde $p_r = \frac{P_r}{\sum_{r=2011}^{2015} P_r}$ je váha priemerného mediánu za príslušný rok *r*, P_r predstavuje počet ziskových podnikov v databáze, Me_r je medián daného roka a r = 2011, 2012, ... 2015.

Prepočet podnikových finančných pomerových ukazovateľov v lineárnom optimalizačnom modeli sa uskutočňuje tak, že príslušný ukazovateľ účinnosti alebo náročnosti sa vynásobí váhou, pričom váhou je prevrátená hodnota váženého aritmetického priemeru mediánu príslušného finančného ukazovateľa:

$$\begin{aligned} \mathrm{S}U = &\left(\frac{1}{\Phi\mathrm{Me}_{(x1)}\cdot 100}x_1 + \frac{1}{\Phi\mathrm{Me}_{(x2)}\cdot 100}x_2 + \frac{1}{\Phi\mathrm{Me}_{(x3)}\cdot 100}x_3\right) - \\ &-\left(\frac{1}{\Phi\mathrm{Me}_{(y1)}\cdot 100}y_1 + \frac{1}{\Phi\mathrm{Me}_{(y2)}\cdot 100}y_2 + \frac{1}{\Phi\mathrm{Me}_{(y3)}\cdot 100}y_3\right) \end{aligned} \tag{6}$$

Vážený aritmetický priemer mediánu príslušného ukazovateľa sa v menovateli vynásobí číslom 100. Účelom takejto transformácie je eliminácia rozdielov pri ukazovateľoch s rôznymi mernými jednotkami (percentá, dni, koeficienty a pod.).

V prezentovaných výpočtoch uvažujeme s rovnakým vplyvom ukazovateľov účinnosti a náročnosti na hodnotu SU, to znamená $c_j^x = c_j^y = 1$ (model HGN1), ale aj s možnosťou ich diferencovaného vplyvu, to znamená c_j^x , $c_j^y > 0$ (model HGN2).

Vzťahy v reálnom podniku sú v modeli dané ohraničeniami O1 – O16, ktoré sú odvodené zo štatistických charakteristík *piatich čísiel* (five-number summary) definovaných pomerových ukazovateľov účinnosti a náročnosti vo formulovanom modeli, vyjadrujú intervaly, v ktorých sa môžu pohybovať hodnoty pomerových ukazovateľov a súčty pomerových ukazovateľov účinnosti a náročnosti.

Správanie sa reálneho podniku je vyjadrené ohraničeniami O17 – O21, ktoré sa nemenia v jednotlivých typoch úloh lineárneho programovania a v reálnom podniku sú relatívne stabilné (čo vyplýva z ich charakteru) bez ohľadu na to, ako sú definované ohraničenia O1 – O16. Zobrazujú matematicky odvodené závislosti[4] medzi pomerovými ukazovateľmi.

Na výpočet koeficientov a_{ij} v sústave ohraničení (4) použijeme mediánové hodnoty absolútnych ukazovateľov. Dôležitou vlastnosťou mediánu je, že súčet absolútnych odchýlok všetkých hodnôt od ich mediánu je minimálny. Je menší ako súčet absolútnych odchýlok všetkých hodnôt od akejkoľvek inej hodnoty.

Optimálne riešenie vyjadruje hodnoty ukazovateľov účinnosti, náročnosti a syntetického ukazovateľa ideálneho podniku, ku ktorým by mali hodnoty reálneho podniku konvergovať. Finálnym krokom výpočtov je realizácia postoptimalizačnej analýzy a stanovenie

[4] Napríklad: x_2=(64+53)/(45+48)=((64+53)/23)/((45+48)/23)=(x_1+53/23)/((45+48)/23) a z toho vyplýva, že x_1-((45+48)/23)x_2+53/23=0. Potom po príslušnej úprave môže byť $a_{17,1}$ = -1, $a_{17,2}$ =(45+48)/23, b_{17} = 53/23.

optimálnych intervalov SU. Postoptimalizačnú analýzu realizujeme *klasickým* a *tolerančným* prístupom:

Klasický prístup

Budeme sledovať vypočítané zmeny $\Delta\mathbf{b}$ (výpočty sú realizované softvérovým produktom QMwin) v zložkách vektora $\mathbf{b}_i$ (ostatné ohraničenia ostávajú nezmenené, $\Delta\mathbf{b}_{j\neq i} = 0$). Preskúmame, či tieto zmeny sú prípustné z hľadiska optimálnej bázy pôvodnej úlohy a aké nové riešenie im zodpovedá. Stanovíme prípustný interval zmien zložiek $\mathbf{b}_i$ tak, aby sa pri ostatných nezmenených podmienkach zachovala báza optimálneho riešenia úlohy lineárneho programovania. Aj keď sa nemení báza optimálneho riešenia, pri uvedených zmenách sa menia hodnoty bázických premenných a hodnota účelovej funkcie (získaných v optimálnom riešení), dostaneme nové optimálne riešenie. Optimálne riešenie počítame vo výslednej simplexovej tabuľke podľa vzťahu (7):

$$\mathbf{x} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \tag{7}$$

kde $\mathbf{x}$ je vektor bázických zložiek optimálneho riešenia,
$\mathbf{B}^{-1}$ – inverzná matica optimálnej bázy,
$\mathbf{b}$ – pôvodný vektor pravej strany.

Akákoľvek zmena v zložkách vektora pravých strán sa prejaví v hodnotách riešenia a účelovej funkcie, čo vyplýva z úpravy vzťahu (7):

$$\begin{gathered}\mathbf{B}^{-1}(\mathbf{b} + \Delta\mathbf{b}) = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} + \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{b} \geq \mathbf{0} \\ \mathbf{x} + \mathbf{B}^{-1}\Delta\mathbf{b} \geq \mathbf{0}\end{gathered} \tag{8}$$

Zo vzťahu (8) vypočítame dolné (d) a horné (h) hranice zmeny $\Delta\mathbf{b}_i \in \langle d, h\rangle$. Vypočítame dolné ($D = b_i + d$) a horné ($H = b_i + h$) hranice pre menenú pravú stranu. Príslušné hodnoty riešenia a účelovej funkcie označíme $\mathbf{x}_D$, $\mathbf{x}_H$ a $\mathbf{z}_D$, $\mathbf{z}_H$. Intervaly pre syntetický ukazovateľ vyjadríme takto: syntetický ukazovateľ $\in \langle \mathbf{z}_D, \mathbf{z}_H \rangle$.

Tolerančný prístup

Tolerančný prístup k analýze senzitívnosti v lineárnom programovaní sa zaoberá (na rozdiel od klasickej analýzy senzitívnosti) zmenami vo viacerých (nielen v jednom) koeficientoch účelovej funkcie, pravej strany alebo matice technologických koeficientov. Tieto zmeny sú považované za simultánne a nezávislé. Tolerančný prístup poskytuje percento maximálnej tolerancie, v rámci ktorého sa všetky alebo len niektoré hodnoty vymenovaných koeficientov môžu pohybovať súčasne a nezávisle od pôvodných hodnôt, pričom originálna množina bázických premenných v optimálnom riešení zostane nezmenená (Brezina, 1990). Tolerančnou analýzou senzitívnosti sa zaoberáme v prípade zmien prvkov pravej strany. Vzhľadom na rozsiahlosť teoretického zázemia uvádzame len hlavné vzťahy, ktoré sú postačujúce na praktickú aplikáciu.

Zmenu v zložkách vektora pravých strán označíme podľa vzťahu (9):

$$b_i + \beta_i b_i \tag{9}$$

Predpokladáme, že táto zmena z hľadiska optimálnej bázy pôvodnej úlohy je prípustná, ak absolútna hodnota každého parametra β_i neprekročí nezáporné číslo p: $|\beta_i| \leq p$ t.j., že každé číslo β_i zodpovedá podmienke $-p \leq \beta_i \leq p$. Takéto číslo p nazývame *prípustnou toleranciou* pre zmenu pravej strany.

Jedným z cieľov tolerančného prístupu je definovať maximálnu toleranciu p^* pre zmeny prvkov pravej strany, pri ktorej p je prípustnou toleranciou, ak $p \leq p^*$. Výraz p^*. 100 % nazývame maximálna percentuálna tolerancia.

Pre maximálnu toleranciu zmien koeficientov pravých strán platí:

$$p^* = \begin{cases} \min\limits_{k=1,\ldots,m} \left[\dfrac{B_k^{-1} b}{\sum_{j=1}^{n} \left| B_{kj}^{-1} b_j \right|} \right] & \text{ak } \sum_{j=1}^{n} \left| B_{kj}^{-1} b_j \right| \neq 0 \\ +\infty & \text{inak.} \end{cases} \tag{10}$$

Údaje, potrebné na výpočet vzťahu (10) sú k dispozícii v pôvodnej a optimálnej simplexovej tabuľke. Čitateľ vo vzťahu (10) je optimálne riešenie pôvodnej úlohy. Ak je niektorý menovateľ vo vzťahu (10) rovný nule, potom zodpovedajúca hodnota je $+\infty$. V prípade, že $p^* = 0$, optimálne riešenie je degenerované. Vyskytujú sa však aj situácie,

keď hodnoty niektorých ohraničení pravej strany sú známe ako presné hodnoty a neexistujú dôvody, pre ktoré by sa mohli meniť. V dôsledku toho získame menšiu hodnotu pre menovateľ vo vzťahu (10) a tým aj väčšiu hodnotu p^* (pretože v takom prípade zodpovedajúce b_i položíme rovné nule, $b_i = 0$). Týmto je podmienená dôležitá vlastnosť, že pri niektorých presne zadaných koeficientoch pravej strany získavame väčšiu maximálnu toleranciu pre zostávajúce ohraničenia.

3. Niektoré aspekty výpočtových postupov

Zaoberáme sa modelom HGN ako úlohou lineárneho programovania (ÚLP). Predmetom optimalizácie je *syntetický ukazovateľ*, ktorý je definovaný ako rozdiel súčtov vybraných pomerových ukazovateľov účinnosti a náročnosti (3). Oblasť, ktorá vyhovuje všetkým obmedzujúcim podmienkam (nerovniciam), t. j. štruktúrnym ohraničeniam a podmienkam nezápornosti (4), je množinou *prípustných riešení* ÚLP. Počet bodov, ktoré tvoria množinu prípustných riešení, je nekonečný. Pre ďalšiu analýzu je dôležité, že táto oblasť predstavuje konvexnú polyedrálnu množinu, ktorá vzniká ako prienik konečného počtu polpriestorov, definovaných jednotlivými nerovnicami. Ak má ÚLP prípustné riešenie, potom má aj *bázické prípustné riešenie*. Konvexná polyedrálna množina má vždy konečný počet krajných bodov, ktoré predstavujú *bázické prípustné riešenie*. Účelová funkcia ÚLP (3) nadobúda maximálnu/minimálnu hodnotu (*optimálne riešenie*) v niektorom krajnom bode konvexnej polyedrálnej množiny, na ktorej je definovaná. Toto možno dosiahnuť vhodnou konštrukciou ohraničení, najmä takých, ktoré vyjadrujú zmysluplné vzájomné vzťahy medzi premennými a zaručujú, že optimálne riešenie nebude triviálnym riešením.

Na elimináciu triviálnych riešení sú formulované ohraničenia O17 až O21, ktoré vyjadrujú vzťahy medzi premennými.

Kľúčový význam má však postoptimalizačná analýza, ktorá vytvára predpoklady na formuláciu podmienok/parametrov vo vzťahu k indikátoru SU.

Spôsob výpočtu pomerových ukazovateľov v obidvoch modeloch uvádzame v tab. 1 a 2.

Tabuľka 1 Spôsob výpočtu pomerových ukazovateľov v modeli HGN1

Premenná	***Názov pomerového ukazovateľa***	***Vzorec***
x_1	Rentabilita vlastného imania	64/23
x_2	Podiel cash flow v tržbách	(64+53)/(45+48)
x_3	Obrat majetku	(45+48)/7
x_4 (y_1)	Viazanosť krátkodobých pohľadávok	14/(45+48)
x_5 (y_2)	Doba splácania cudzích zdrojov	(40+41+42+43+29)/(64+53)
x_6 (y_3)	Ukazovateľ prevádzkovej nákladovosti	(46+49+51+52+53)/(45+48)

Tabuľka 2 Spôsob výpočtu pomerových ukazovateľov v modeli HGN2

Premenná	***Názov pomerového ukazovateľa***	***Vzorec***
x_1	Rentabilita vlastného imania	64/23
x_2	Podiel pridanej hodnoty v tržbách	50/(45+48)
x_3	Obrat majetku	(45+48)/7
x_4 (y_1)	Doba inkasa krátkodobých pohľadávok z obchodného styku	15*360/(45+48)
x_5 (y_2)	Doba splácania cudzích zdrojov	(40+41+42+43+29)/(64+53)
x_6 (y_3)	Doba splatnosti krátkodobých záväzkov z obchodného styku	36*360/(46+49)

Poznámka: Symbol 360 je číselná hodnota, ostatné symboly vo vzorcoch predstavujú kódy absolútnych ukazovateľov (pozri tab. 3).

Výpočet koeficientov a_{ij}

Na výpočet koeficientov a_{ij} v sústave ohraničení (4) použijeme mediánové hodnoty absolútnych ukazovateľov (tab. 3).

Tabuľka 3 Mediánové hodnoty absolútnych ukazovateľov, ktoré sú potrebné na výpočet koeficientov a_{ij} v modeloch HGN1a HGN2

Kód	**Názov ukazovateľa**	**Medián**

64	Výsledok hospodárenia za účtovné obdobie po zdanení	231 187,00
23	Vlastné imanie	2 217 531,00
53	Odpisy a opravné položky k DNM a DHM	193 310,00
45	Tržby z predaja tovaru	1 504 976,00
48	Tržby z predaja vlastných výrobkov a služieb	3 505 056,00
7	Majetok celkom	4 107 321,00
14	Krátkodobé pohľadávky	1 002 090,50
40	Výdavky budúcich období dlhodobé	0
41	Výdavky budúcich období krátkodobé	1 050,50
42	Výnosy budúcich období dlhodobé	32 363,50
43	Výnosy budúcich období krátkodobé	10 736,00
29	Záväzky	1 938 456,00
46	Náklady vynaložené na obstaranie predaného tovaru	1 156 865,00
49	Výrobná spotreba	1 774 344,00
51	Osobné náklady	737 478,00
52	Dane a poplatky	10 625,00
50	Pridaná hodnota	2 834 550,00
15	Pohľadávky z obchodného styku	405 155,00
36	Záväzky z obchodného styku	864 820

Použitím vzorcov v tab. 2 možno odvodiť tieto závislosti:

$x_1 + (53/23)\, x_5 \leq (40 + 41 + 42 + 43 + 29)/23$ (11)
$-x_2 + (50/7)\, x_3 \geq 0$ (12)
$-x_4 + ((15*360)/7)\, x_3 \geq 0$ (13)
$x_6 - ((36*360)64/(46 + 49))\, x_1 \leq 0$ (14)
$x_2 - (50/(45 + 48))((64 + 53)/ (40 + 41 + 42 + 43 + 29))\, x_5 = 0$ (15)

Vzťahy (11) – (15) prepíšeme do tab. 4. Po dosadení mediánových hodnôt, vypočítané hodnoty znázorníme v tab. 5.

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Ohraničenie v sústave (4) Typ	Ohraničenie v sústave (4) Označenie	Pravé strany $b_{17} - b_{21}$ ohraničení O17 – O21
1				(53/23)		≤	O17	(40+41+42+43+29)/23
	-1	(50/7)				≥	O18	0
		((15*360)/7)	-1			≥	O19	0
-((36*360)64/(46+49))					1	≤	O20	0
	1			-(50/(45+48))((64+53)/(40+41+42+ 43+29))		=	O21	0

Legenda:
$a_{17,5}$ = (53/23), b_{17} = (40+41+42+43+29)/23, $a_{18,3}$ = (50/7)
$a_{19,3}$ = ((15*360)/7), $a_{20,1}$ = -((36*360)64/(46+49))
$a_{21,5}$ = -(50/(45+48))((64+53)/(40+41+42+43+29))

Tabuľka 4 Koeficienty sústavy ohraničujúcich podmienok a pravých strán v ohraničeniach O17 až O21(4)

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	Ohraničenie v sústave (4) Typ	Ohraničenie v sústave (4) Označenie	Pravé strany $b_{17} - b_{21}$ ohraničení O17 – O21
1				0,087173528		≤	O17	0,894060106
	-1	0,690121371				≥	O18	0
		35,51117626	-1			≥	O19	0
-24555277,6626982					1	≤	O20	0
	1			-0,1211384		=	O21	0

Tabuľka 5 Číselné hodnoty koeficientov sústavy ohraničujúcich podmienok a pravých strán v ohraničeniach O17 až O21 (4)

Výpočty postoptimalizačnej analýzy

V ďalšom texte porovnáme výsledky klasického aj tolerančného prístupu k analýze senzitívnosti v modeli HGN1. V oboch prípadoch je dôležité stanovenie odľahlých dát a tým aj nastavenie vstupných podmienok c_j, a_{ij}, b_i úlohy lineárneho programovania (3), (4). Ako sme už uviedli, určenie podmienok pre stanovenie odľahlých dát nie je všeobecne a striktne dané. Závisí od charakteru dát príslušného súboru a úvah analytika, ktorý výpočet realizuje. Zvolili sme výpočty s vylúčením všetkých a akceptovaním niektorých odľahlých dát. Tiež máme na zreteli, že klasická analýza senzitívnosti sa zaoberá zmenou v jednom prvku pravej strany, ostatné prvky zostávajú nezmenené (zmeny neprebiehajú súčasne a nezávisle). Tolerančná analýza uvažuje so zmenami vo viacerých prvkoch pravej strany a zmeny prebiehajú súčasne a nezávisle.

Rozlišujeme tri typy ÚLP, ktoré už uvažovaným spôsobom (Hyránek, Grell, Nagy, 2014) zohľadňujú vplyvy na optimálny interval SU prostredníctvom nastavenia ohraničení pravých strán lineárneho modelu.

Klasický prístup

Vylúčenie odľahlých dát

Optimálne intervaly pre syntetický ukazovateľ, ktoré platia pre všetky podniky s vylúčením odľahlých dát sú

$$\leq -6{,}4547;\ -0{,}8423 \geq, \qquad \leq 0{,}5189;\ 4{,}2659 \geq$$

a zodpovedajú prípustným zmenám štruktúrnych ohraničení v rámci optimálnej bázy. Slovne možno vyjadriť, že interval obsahuje **optimálne** hodnoty, pod dolnou hranicou sú **slabé** a nad hornou hranicou sú **dobré** hodnoty výkonnosti podniku. V tejto súvislosti je zaujímavá tvorba podmienok, či už na ukazovatele alebo ich súčty. Bude potrebné ďalej precizovať vzájomné vzťahy medzi ukazovateľmi, rozlišovať skupiny podnikov podľa činnosti, sledovať údaje ziskových podnikov v dlhšom časovom horizonte a prehĺbiť analýzu odľahlých dát. Z toho vyplýva, že hodnota syntetického ukazovateľa podnikov s nízkou výkonnosťou sa napriek dosahovanému zisku nachádza mimo vypočítané intervaly, t. j.:

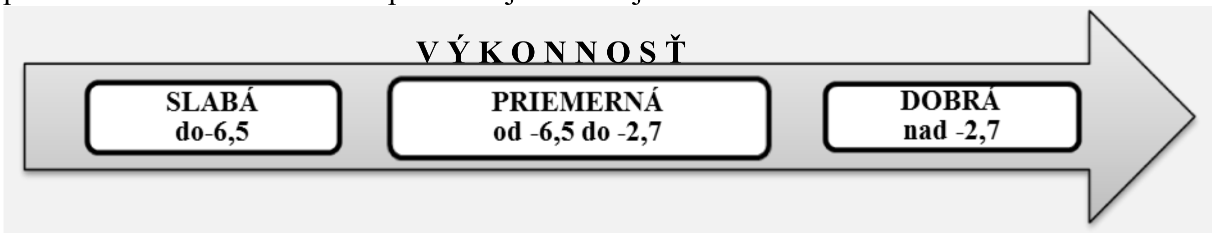
- pod –6,4547,
- od –0,8423 do 0,5189,
- nad 4,2659.

Akceptovanie niektorých odľahlých dát

Podrobnejšia analýza jednotlivých finančných pomerových a absolútnych ukazovateľov ovplyvňujúcich syntetický ukazovateľ, potvrdila na konkrétnych reálnych údajoch, že niektoré výsledky nie sú vo vypočítaných intervaloch adekvátne zohľadnené. Z toho dôvodu bolo potrebné revidovať stanovenie podmienok a uskutočniť na základe zmenených podmienok nový výpočet optimálnych hraníc. Výsledné riešenie jednotlivých typov úloh lineárneho programovania je dané zjednotením intervalov **<-2,6608; 1,3568>** ∨ **<3,0603; 12,6333>**.

Ďalším k spresňovaním intervalov optimálnej výkonnosti sme získali jeden interval od –2,6608 do 12,6333. Zvýšenie pôvodne vypočítanej spodnej hranice z –6,4547 na –2,6608 bolo determinované upravenými podmienkami pre výpočet. Nová hranica výkonnosti, pod ktorú by nemal syntetický ukazovateľ klesnúť, je o 3,7939 bodu vyššia, ako určil pôvodný výpočet. Počet podnikov zo skúmaného súboru, ktoré dosiahli hodnotu syntetického ukazovateľa pod pôvodnou spodnou hranicou –6,4547 bol 72. Podľa výpočtu so zmenenými podmienkami je pod hranicou –2,6608 až 141 podnikov, t. j. takmer 61 %. Na základe týchto dvoch spodných hraníc vytvoríme tri nové pásma výkonnosti, do ktorých zaradíme podniky zo skúmaného súboru. Ešte poznamenávame, že syntetický ukazovateľ zdôrazňuje prostredníctvom ukazovateľa y_2 (doba splácania cudzích zdrojov) podiel dlhových problémov podniku. Uvedené má za následok, že čím je hodnota syntetického ukazovateľa nižšia, tým je väčšia pravdepodobnosť nárastu finančných problémov podniku. Hodnota syntetického ukazovateľa pod hranicou –6,4547 indikuje značné dlhové problémy podniku a v takom prípade by mal prijať okamžité opatrenia na zlepšenie výkonnosti, urobiť podrobnú analýzu so zistením konkrétnych príčin nepriaznivého stavu s cieľom minimalizovať riziká.

Do pásma nad hodnotu syntetického ukazovateľa vo výške –2,6608 sa dostalo 92 podnikov (39 %). Tieto podniky vykazujú dobré finančné výsledky a ich výkonnosť meraná syntetickým ukazovateľom je dobrá. Týmto podnikom pri nezmenených odbytových podmienkach žiadne riziko nepriaznivej finančnej situácie nehrozí.



Obrázok 1 *Pásma výkonnosti podľa klasického prístupu v závislosti na hodnote syntetického ukazovateľa HGN1*

Tolerančný prístup

Výpočty realizujeme podľa vzťahu (10) využitím aj softvérového produktu QMwin. Matica B^{-1} je vo všeobecnosti tvorená vektormi, ktoré zodpovedajú pôvodným bázickým premenným. V programe QMwin ju získame použitím príkazu *Step*, na ktorý postupne klikáme až dovtedy, kým sa na displeji objaví informácia: *This is the optimal solution*. Maticu potom skopírujeme použitím príkazu *Edit-Copy-Table* do excelovského súboru a vykonáme potrebné úpravy a výpočty podľa (10). V tabuľkách 6 a 7 uvádzame výsledky tolerančnej analýzy senzitívnosti s vylúčením alebo akceptovaním niektorých odľahlých dát v modeli HGN1. Rozlišujeme tri typy ÚLP, ktoré už uvažovaným spôsobom zohľadňujú vplyvy na optimálny interval SU prostredníctvom nastavenia ohraničení pravých strán lineárneho modelu. Tolerančný prístup pre ohraničenia pravých strán poskytuje hraničné percento, do ktorého môžu koeficienty pravej strany kolísať simultánne a nezávisle pri zachovaní tej istej bázy. V prípade, že sú hodnoty niektorých ohraničení pravej strany určené pevne, získavame menšie hodnoty pre menovatele vo vzťahu (10), pretože zodpovedajúce $b_i = 0$, a takto aj väčšie hodnoty p*. Týmto je podmienená dôležitá vlastnosť, že pri pevne zadaných niektorých pravých strán získavame väčšie maximálne tolerancie pre zostávajúce ohraničenia. Porovnáme výsledné intervaly oboch prístupov.

Vylúčenie odľahlých dát

Výsledné intervaly v oboch tabuľkách 6 a 7 sa prekrývajú.

Typ úlohy	**Prístup k analýze senzitívnosti**	
	Klasický	**Tolerančný**
I.	<0,7088; 4,2659>	<3,6438; 3,6795> p*=0,5 %
II.	<0,5189; 1,1775>	<0,7584; 0,7655> p*=0,5 %
III.	<-6,4547; -0,8423>	<-0,8993; -0,8981> p*=0,1 %
Výsledný interval	**<-6,4547; -0,8423>** ∨ **<0,5189; 4,2659>**	**<-0,8993; -0,8981>** ∨**<0,7584; 0,7655>** ∨ ∨**<3,6438; 3,6795>**

Tabuľka 6 *Klasický a tolerančný prístup s vylúčením odľahlých dát – optimálne intervaly SU*

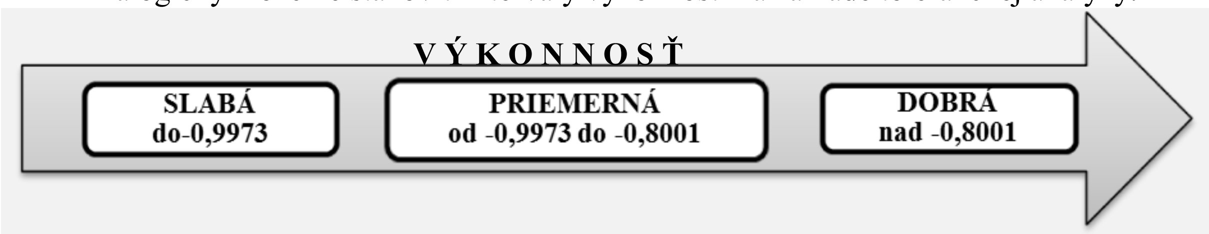
Prirodzene sú užšie, pretože zmeny pravých strán prebiehajú simultánne a nezávisle. Preto uvádzame pre úlohu II. typu (tab. 6) príklad kombinácie klasickej a tolerančnej analýzy. Uvažujeme len zmeny dvoch ohraničení pravých strán ÚLP (hornej hranice ukazovateľov rentability vlastného imania a prevádzkovej nákladovosti), ostatné považujeme za pevne dané. Zvýši sa tým maximálna tolerancia na hodnotu p* = 1,1 % a tým sa aj rozšíri optimálny interval SU <0,7539; 0,77>. Niektoré menovatele vo vzťahu (10) môžu byť rovné 0, pretože mnohé pôvodné hodnoty b_i sú nulové alebo pôvodná matica je veľmi riedka a teda aj inverzná matica B^{-1} má podobné vlastnosti. Preto hranice intervalu prípustných súčasných zmien prvkov pravých strán sú nekonečno.

Akceptovanie niektorých odľahlých dát

Typ úlohy	Prístup k analýze senzitívnosti	
	Klasický	**Tolerančný**
I.	<3,0603; 12,6333>	<3,582; 4,6292> p*=12,8 %
II.	<1,0857; 1,3568>	<1,1298; 1,2252> p*=4,05 %
III.	<-2,6608; 1,1702>	<-0,9973; -0,8001> p*=10,96 %
Výsledný interval	**<-2,6608; 1,3568>** ∨ **<3,0603; 12,6333>**	**<-0,9973; -0,8001>** ∨**<1,1298; 1,2252>** ∨ ∨**<3,582; 4,6292>**

Tabuľka 7 *Klasický a tolerančný prístup s akceptovaním niektorých odľahlých dát – optimálne intervaly SU*

Analogicky môžeme stanoviť intervaly výkonnosti na základe tolerančnej analýzy.



Obrázok 2 *Tolerančné pásma výkonnosti v závislosti na hodnote syntetického ukazovateľa HGN1*

Výhodou tolerančného prístupu je jeho väčšia všeobecnosť a zohľadnenie vzájomných väzieb medzi jednotlivými prvkami ÚLP. Ukazuje sa, že uvedený prístup môže byť užitočný v prípade vzájomného prepojenia s klasickou postoptimalizačnou analýzou. V praxi sa stretávame s prípadmi, keď pre niektoré prvky pravej strany nepotrebujeme zisťovať odchýlky a pre tolerančnú analýzu senzitívnosti ostatných prvkov sa zväčšuje priestor pre simultánne a nezávislé zmeny.

Záver

Matematický aparát obidvoch modelov HGN1 aj HGN2 je rovnaký. Postupné zdokonaľovanie ich vecnej stránky však umožňuje aplikovať ďalšie možnosti lineárneho optimalizačného modelu. V takejto súvislosti potom v ďalšej etape prác uvažujeme s analýzou citlivosti na zistenie prípustného intervalu zmeny koeficientov účelovej funkcie (3). V oblasti údajovej základne sa sústredíme na vytvorenie databázy najväčších slovenských výrobných, obchodných podnikov a podnikov služieb (kritériom veľkosti je výška obratu v účtovnom období 2014) a súvisiace výpočty. Relevantná skupina výpočtov bude zameraná aj na krátkodobé finančné plánovanie na obdobie jedného roka, ktoré súvisí s bežnou hospodárskou činnosťou podniku.

Príspevok je vypracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0067/15 *Verifikácia a implementácia modelovania výkonnosti podniku v nástrojoch finančného rozhodovania*.

Literatúra:

BREZINA, I., IVANIČOVÁ, Z., PEKÁR, J. (2007). Operačná analýza. Bratislava: Vydavateľstvo Iura Edition, s.r.o., 2007, 243 s. ISBN 978-80-8078-176-7.

BREZINA, I. (1990). Možnosti aplikácie lineárneho optimalizačného modelu pri plánovaní produkčného procesu rafinérsko-petrochemického kombinátu Slovnaft. Kandidátska dizertačná práca. Bratislava: VŠE FR.

HYRÁNEK, E., GRELL, M., NAGY, L. (2014). Nové trendy merania výkonnosti podniku pre potreby finančných rozhodnutí. Bratislava: Vydavateľstvo EKONÓM, 2014, 158 s. ISBN 978-80-225-3901-2.

HYRÁNEK, E., GRELL, M., NAGY, L. (2015). Koncepcia modelu merania výkonnosti podniku na báze pomerových ukazovateľov. In: Ekonomika a manažment, vedecký časopis FPM EU v Bratislave, č. 3/2015, s. 28-49. ISSN 1336-3301.

TEREK, M. (2013): Interpretácia štatistiky a dát. Košice : Equilibria, 2013. 320 s. ISBN 978-80-8143-100-5.

ŠOLTÉS, E. a kol. (2015). Štatistické metódy pre ekonómov. Zbierka príkladov. Bratislava: Vydavateľstvo Wolters Kluwer s.r.o., 2015, 352 s. ISBN 978-80-8168-234-6.

Adresa autora:

Ing. Michal Grell, PhD.
Občianske združenie VZDELÁVANIE-VEDA-VÝSKUM
Andrusovova 5
851 01 Bratislava
e-mail: grell@r15.roburnet.sk